

37-AMALIY MASHG'ULOT

Ish vaqti va bosqichlari	O'qituvchi faoliyatining mazmuni	Talabalar faoliyatining mazmuni
I-Bosqich O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mashg'ulot mavzusi bo'yicha tushuncha berish. 1.2. Mavzuning avvalgi o'tilgan mavzu bilan aloqadorligi bo'yicha tushuncha berish	Tinglaydilar, yozadilar
II-Bosqich Asosiy (65 daqiqa)	2.1. Amaliy mashg'ulot mavzusiga oid nazariy ma'lumot berish. 2.2. Mavzuga oid amaliy topshiriqlar bajarish.	Tinglaydilar, yozadilar, savollar beradi, bajaradilar.
III-Bosqich Yakunlovchi (5 daqiqa)	3.1. Amaliy mashg'ulotni yakunlash 3.2. Talabalarga mustaqil bajarish uchun topshiriqlar berish.	Tinglaydilar, yozadilar, savollar beradi, bajaradilar.

37-MAVZU: EHTIMOLLIKNING STATISTIK VA GEOMETRIK TA'RIFI

1. Ehtimollar nazariyasining fani.

Nazariya so'zi –fan bilan bog'liq; fan esa qonuniy xodisalarni o'rganadi; «ehtimol» so'zi esa tasodifiy, noanik, noqonuniy so'zlar bilan alokadordir. Shuning uchun «ehtimollar nazariyasi fani» dan bexabar odamlar bu fan to'g'risida istexzoli fikr yuritadilar. Lekin ehtimollar nazariyasi fani o'sib borayotgan matematikaning bo'limi bo'lib, bu tasodifiy xodisalar qonuniyatlarini o'rganadigan fandir.

Tasodifiy xodisalar biror qonuniyatga bo'ysunmaganday tushiniladi, aslini olganda xar kanday tasodif biror qonuniyatga bo'ysunadi. Bu qonuniyatni birinchi bor Ya. Bernulli o'rgandi.

Matematika boshqa fanlan singari moddiy dunyodagi xodisalar qonuniyatlarini o'rganadi. **Masalan**, Ulugbek o'zining ko'p yillik kuzatishlari natijasida eklektikaning ekvatori og'ish burchagi $23^{\circ}30'49''$ ekanligini o'lchadi yoki Jamshid

Koshiy $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ tenglikni ko'rsatdi.

Masalan, n ta tajribada A xodisa n(A) chastotasi bu sonni bildiradi, tajriba soni ortgan sari kandaydir o'zgarmas xarakterga ega. Bu tajriba bir necha bor takrorlansa

$\frac{n_1(A)}{n_1} \approx \frac{n_2(A)}{n_2} \approx \dots \approx \frac{n_k}{n_k}$ ni xosil kilamiz. Bu sonlar kandaydir miqdor atrofida tebranadi,

bu songa A xodisani ehtimolligi deyiladi va $R(A)$ bilan belgilanadi. Masalan, o'g'il bolaning dunyo bo'yicha tug'ilish chastotasi 0,51-0,52 ga teng. Bu turg'un chastota moddiy borlikdagi tasodifiy xodisaning mavjud xossasidir.

2. Xodisa. Ehtimollar nazariyasining asosi ytushunchalaridan biri «tajriba» dir. Tajriba² - hodisani ro'yobga keltiruvchi shartlar majmui (shartlar kompleksi) S ni bajarilishini ta'minlashdan iboratdir. Tajribadan tajribaga o'tganda ro'y berayotgan

hodisalar o'zgarib turadigan xollar hayotda keng miqyosda uchray turadi, bu erda, albatta, tajribani vujudga keltiruvchi shartlar majmui ³ (kompleksi) S o'zgarimas bo'lgan xollar tushiniladi.

1-misol. Kuzatilayotgan tajriba biror aloka bo'limidan bir kunda jo'natilayotgan telegrammalar soni bo'lsin, bu erda tajribadan o'tganda, ya'ni kundankunga o'tganda ro'y berishi mumkin bo'lgan hodisalar (telegrammalar sonining biror natural songa tengligi) har xil bo'lishi mumkin.

2-misol. O'tkazilayotgan tajriba anik bir kompyuterdagi kundalik internetidan foydalanilgan mijozlar sonini aniklashdan iborat bo'lsin. Bu erda kompleks shart-anik bir kompyuter va bir xil vakt xaftani barcha kunlaridan iborat.

Ehtimollar nazariyasining keyingi tushunchasi bu «xodisadir». Tajriba natijasida ro'y berishi oldindan anik bo'lmagan xodisa «tasodifiy xodisa» ⁴ deyiladi. Moddiy dunyoda tasodifiy xodisa bu tajriba yoki kuzatish natijasi bo'lib, ro'y berishi yoki ro'y bermasligi mumkin.

Agar A xodisani tashkil etgan xodisalar B xodisaga ham tegishli bo'lsa, A xodisa B xodisani ergashtiradi ⁸ deyiladi va $A \subseteq B$ kabi belgilanadi. Ko'rinib turibdiki, bu xolda A ro'y bersa, B ham albatta ro'y beradi, lekin B ro'y bersa, A ning ro'y berishi shart emas.

A va B xodisalar bir xil xodisalar to'plamidan tashkil topgan bo'lsa, ya'ni A ni tashkil etgan barcha xodisalar albatta B ga ham tegishli va aksincha, B ni tashkil etgan barcha xodisalar albatta A ga ham tegishli bo'lsa, A va B xodisalar teng deyiladi ⁹ va $A = B$ kabi belgilanadi.

A va B xodisalarning yig'indisi ¹⁰ deb, A yoki B ning yoki, ikkalasining ham ro'y berishidan iborat S xodisaga aytamiz. A va B xodisalarning yig'indisini $A \cup B$ (yoki $A + B$) orkali belgilanadi.

A va B xodisalarning bir vaktida ro'y berishini ta'minlovchi barcha $e \in \Omega$ lardan tashkil topgan S xodisa A va B xodisalarning ko'paytmasi ¹¹ deyiladi va $A \cap B$ (yoki AB) kabi belgilanadi.

A va B xodisalarning ayirmasi deb, A ro'y berib, B ro'y bermasligidan iborat S xodisaga aytiladi. A va B xodisalarning ayirmasi ¹² $A \setminus B$ (yoki $A - B$) kabi belgilanadi.

Agar $A \cap B = \emptyset$ bo'lsa, A va B xodisalar birgalikda emas ¹³ deyiladi.

Yukoridagi ta'riflardan $A \cap \bar{A} = \emptyset$, $A \cup \bar{A} = \Omega$ kelib chiqadi.

Xodisalar orasidagi yukorida kiritilgan tushunchalarni Eyler-Venn diagrammasi 1- shakl yordamida tushuntirish kulaydir. S - shartlar kompleksi 1- shakldagi katta kvadratga moddiy nuqtani tavakkaliga tashlashdan iborat bo'lsin.

«Tashlangan moddiy nuqtaning aylanada yotishi» xodisasini A orkali, «tashlangan moddiy nuqtaning kvadrat ichida yotishi» xodisasini B orkali belgilaylik. U xolda $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $\bar{A}$ hodisalar tashlangan moddiy nuqtaning 1- shakldagi mos figuralarning shtrixlangan soxalari tushishidan iborat bo'ladi:

Ehtimollar nazariyasida ta'riflanmaydigan elementar xodisa tushunchasidan ham keng foydalaniladi. Oddiy misol sifatida quyidagini ko'rib chikamiz. Faraz

kilaylik, xaltada n ta shar bor (sportlotto). Tajriba- xaltadan tasodifan bitta shar olamiz va bu modelni quyidagicha belgilaymiz: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$

Agar tajribada $\omega_i \in A$ shar chiksa, bu erda $A \cap \Omega$ ni to'plam osti, u xolda A xodisa ro'y berdi deyiladi, aks xolda A ro'y bermadi. ($\omega_i \notin A$) deyiladi. $A \cap \Omega$ ning barcha to'plam ostilaridan iborat bo'lib, uni elementar xodisalar ¹⁵ deymiz.

Umumiy xolda $\Omega = \{\omega\}$ to'plamda ω ni elementar xodisalar, Ω ni esa elementar xodisalar fazosi ¹⁶, uning A to'plam ostilarini xodisa deymiz. To'plam va xodisa orasidagi munosabatni quyidagi 1-jadvalda ifodalaymiz.

2. Ehtimollar nazariyasining klassik, statistik va geometrik ta'riflari.

Sinash natijasida hodisalarning to'la gruppasini tashkil etuvchi va teng imkoniyatli n ta elementar hodisalar ro'y berishi mumkin bo'lsin. Biror A hodisaning ro'y berishi uchun elementar hodisalardan m tasi qulaylik tug'dirsin. U holda, klassik ta'rif bo'yicha A hodisaning ehtimoli $P(A) = \frac{m}{n}$ tenglik bilan aniqlanadi.

Hodisaning nisbiy chastotasi deb hodisa ro'y bergan sinovlar sonining o'tkazilgan barcha sinovlar soniga nisbatiga aytiladi:

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

bu yerda m – A hodisaning ro'y berishlari soni, n – sinovlarning umumiy soni.

Sinovlar soni yetarlicha katta bo'lganda hodisaning statistik ehtimoli sifatida nisbiy chastota yoki unga yaqinroq son tanlanadi.

Klassik ta'rifdan foydalanib, masalalar yechishda kombinatorika formulalari keng qo'llaniladi. Shuni e'tiborga olib, ba'zi kombinatorika formulalarini keltiramiz.

O'rin almashtirishlar deb n ta turli elementlarning o'rin almash-tirishlari soni $P_n = n!(n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n)$ ga aytiladi.

O'rinlashtirishlar n ta turli elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalar bo'lib, ular bir-biridan elementlarning tarkibi yoki ularning tartibi bilan farq qiladi. Ularning soni $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ yoki $A_n^m = n(n-1)(n-2) \cdots (n-m+1)$ formulalari bilan topiladi.

Gruppalashlar – bir-biridan hech bo'lmaganda bitta elementi bilan farq qiluvchi n ta elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalardir. Ularning soni $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ ga teng.

1-misol. Qutida 7 ta oq, 3 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga olingan sharning oq bo'lishi ehtimolini toping.

Yechish: A – olingan shar oq ekanligi hodisasi bo'lsin. Bu sinov 10 ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan iborat bo'lib, ularning 7 tasi A hodisaga qulaylik tug'diruvchidir. Demak,

$$P(A) = \frac{7}{10} = 0,7$$

2-misol. Telefonda nomer terayotgan abonent oxirgi ikki raqamni esdan chiqarib qo'yadi va faqat bu raqamlar har xil ekanligini eslab qolgan holda ularni tavakkaliga terdi. Kerakli raqamlar terilganligi ehtimolini toping.

Yechish: B – ikkita kerakli raqam terilganlik hodisasi bo'lsin, hammasi bo'lib, o'nta raqamdan ikkitadan nechta o'rinlashtirishlar tuzish mumkin bo'lsa, shuncha, ya'ni $A_{10}^2 = 10 \cdot 9 = 90$ ta turli raqamlarni terish mumkin. Demak,

$$P(B) = \frac{1}{A_{10}^2} = \frac{1}{90}.$$

3-misol. Qurilma 5 ta elementdan iborat bo'lib, ularning 2 tasi eskirgan. Qurilma ishga tushirilganda tasodifiy ravishda 2 ta element ulanadi. Ishga tushirishda eskirmagan elementlar ulangan bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Sinovning barcha mumkin bo'lgan elementar hodisalari soni C_5^2 ga teng. Bularning ichidan C_3^2 tasi eskirmagan elementlar ulangan bo'lishi hodisasi (A) uchun qulaylik tug'diradi.

$$\text{Shuning uchun } P(A) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = 0.3$$

4-misol. Texnik nazorat bo'limi tasodifan ajratib olingan 100 ta kitobdan iborat partiyada 5 ta yaroqsiz kitob topdi. Yaroqsiz kitoblar chiqishining nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$$W(A) = \frac{5}{100} = 0.05$$

5-misol. Nishonga 20 ta o'q uzilgan. Shundan 18 ta o'q nishonga tekkani qayd qilingan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$$W(A) = \frac{18}{20} = 0.9$$

Misollar va masalalar

- Qutida 12 ta oq va 8 ta qizil shar bor. Tavakkaliga
 - bitta shar olinganda uning oq bo'lishi ehtimolligini toping;
 - bitta shar olinganda uning qizil bo'lishi ehtimolligini toping;
 - 2 ta shar olinganda ularning turli rangda bo'lishi ehtimolligini toping;
 - 8 ta shar olinganda ularning 3 ta qizil rangli bo'lishi ehtimolligini toping;
 - 8 ta shar olinganda qizil rangli sharlar 3 tadan ko'p bo'lmasligi ehtimolligini toping;
- Ikkita o'yin soqqasi baravar tashlanganda quyidagi hodisalarning ro'y berish ehtimolliklarini toping:
A – tushgan ochkolar yig'indisi 8 ga teng.
B – tushgan ochkolar ko'paytmasi 8 ga teng.
C – tushgan ochkolar yig'indisi ularning ko'paytmasidan katta.
- Tanga 2 marta tashlanganda aqalli bir marta gerbli tomon tushishi ehtimolligini toping.